Paris, 04.11.99. Pierre Bézier 12 avenue Gourgaud 75017

Tél.: 01.43.80.88.98.

Mr. C. Rabut INSA de Toulouse

Monsieur et cher collègue,

Le souvenir du congrès de Chamonix évoque pour moi une occasion qui m'a été donnée d'apprendre beaucoup de choses tout en faisant des rencontres aussi agréables qu'intéressantes.

Les questions que vous m'avez posées sont nombreuses et je vais essayer de ne pas me perdre dans des méandres superflus. Madame de Sévigné, qui n'était guère mathématicienne, écrivait un jour à sa fille "pardonnez-moi ma toute bonne, mais aujourd'hui je n'ai pas eu le temps de faire court". C'est une phrase que l'on devrait graver sur certains frontons, auprès de celles que l'on emprunte à Platon.

D'abord, je dois préciser que j'ai été formé aux Arts et Métiers Promo 1927 en vue de devenir ingénieur mécanicien -c'était une vocation héréditaire-, que j'ai passé ensuite un an à SupElec (Promo 1931) et que mon comportement en est resté imprégné. Cela peut expliquer dans une certaine mesure ma façon de raisonner et de réagir.

1. Formation au Service des Méthodes Mécaniques de Renault

En 1933, la crise de 1929 n'était pas terminée ; après mon service militaire, j'ai été embauché par Renault comme ajusteur-outilleur ; je suis ensuite passé au bureau d'études des outillages, qui faisait partie du service des méthodes.

Ce service avait à choisir, à concevoir et à mettre en oeuvre les moyens de production des pièces mécaniques ; toutes les surfaces qui nécessitaient une certaine précision étaient des plans, des cylindres ou des cônes, c'est à dire qu'il suffisait de droites et de cercles pour les définir ; seule exception : les flancs des dents des pignons, mais ils étaient taillés par des machines spécialisées qui les engendraient grâce à des combinaisons cinématiques appropriées. Les limites étaient exprimées en millièmes de mm car les tolérances étaient de l'ordre du centième, et parfois moins. Les contestations avec les contrôleurs portaient en général sur un ou deux millièmes et, dans l'argot de l'atelier, l'appareil de mesure, palmer ou comparateur, était appelé "juge de paix". Pas besoin de commentaire.

2. Les Méthodes de la carrosserie en 1960

Au contraire, pour la carrosserie, tout baignait dans un flou artistique ; le styliste était l'arbitre ; son jugement ne pouvait être que subjectif et variait parfois avec le temps ; on ne demandait à personne d'avoir des connaissances mathématiques, exception faite des dessinateurs, qui étaient de vrais acrobates de la descriptive ; leurs instruments étaient des gabarits, des pistolets, des lattes flexibles, des compas à pointes sèches et des réglets gradués.

Les plans étaient médiocrement précis, et l'on citait le cas d'une voiture, pas plus laide qu'une autre d'ailleurs, dont les deux flancs différaient entre eux de plusieurs millimètres : pour l'esthétique et l'aérodynamisme, c'était sans importance, mais en cours de fabrication il n'en allait pas de même ; entre des pièces qui auraient dû s'assembler bord à bord il restait parfois des vides de plusieurs millimètres qu'il fallait combler avec de la soudure à l'étain, et cela coûtait cher.

Les définitions se transmettaient d'un service à l'autre sous forme de dessins dont la précision, médiocre dès l'origine, se dégradait à chaque étape car tout intervenant se sentait libre de procéder à des modifications supposées imperceptibles afin d'améliorer l'aspect extérieur ou de faciliter l'emboutissage, la soudure ou l'assemblage des éléments constitutifs. Les choses allaient ainsi depuis que nos aïeux avaient construit des chars à bœufs pour les Mérovingiens directs. Il en résultait des délais et des coûts, mais on était bien obligé de s'en contenter car si l'on avait voulu essayer d'employer la géométrie analytique la quantité de calculs à exécuter aurait été absolument prohibitive.

Schématiquement, lorsque l'on étudiait un nouveau véhicule, le procédé classique était d'abord de charger un styliste de tracer plusieurs croquis entre lesquels on faisait un choix puis de modeler des maquettes en cire à l'échelle 1/8 au 1/10 ; ensuite, en plusieurs étapes, on en tirait un plâtre en grandeur nature qui était soumis au jugement d'un aréopage constitué par la Grande Direction , le Style, le Service Commercial et différents conseillers supposés qualifiés ; quand, au bout de plusieurs mois, et après maintes retouches et modifications, un accord était atteint, le bureau de dessin étudiait chacune des pièces intérieures de la caisse ; il fallait, pendant ce temps, tenir compte des impératifs de la fabrication : emboutissage, soudure, peinture, sellerie, fixation des organes mécaniques, assemblage général, entretien et réparation ; on construisait plus tard un maître-modèle dans un matériau assez stable, acajou ou résine organique, qui servait de référence pendant toute la production du véhicule, mais sa précision n'était pas parfaite et même, avec le temps, pouvait parfois subir une distorsion, ce qui est fâcheux pour un étalon.

3. Schéma d'un projet.

Il y avait dans cet état de choses quelque chose de choquant pour un mécanicien habitué à une rigueur sans concession ; il me semblait qu'il faudrait parvenir à utiliser une définition indiscutable, exempte de distorsion et facile à communiquer, établie par le styliste lui-même et transmise ensuite sous forme numérique à tous les groupes, y compris les sous-traitants et les fournisseurs, intervenant dans le processus, depuis le styliste jusqu'au contrôleur opérant à la sortie de la chaîne de fabrication, et même aux ateliers d'entretien du réseau des agents et des concessionnaires.

4. Émergence de l'ordinateur et des machines à commande numérique.

L'ordinateur, apparu dans l'industrie vers 1950, travaillait naturellement en priorité pour les services administratifs ; quand il lui restait du temps, et c'était rare, il exécutait en mode différé quelques travaux à la demande des services scientifiques ou techniques.

Sa rapidité de calcul nous semblait fabuleuse ; en 1955 sont apparues aux USA les premières machines-outils à commande numérique ; au début, c'était pour effectuer de point en point des perçages, des taraudages et des alésages ; plus tard on est passé au fraisage suivant des droites, puis des arcs de cercle ; cela suffisait aux mécaniciens et l'on pouvait même placer bout à bout des arcs de cercles ou, grâce à Chaïkin, de paraboles pour imiter d'autres courbes. Bref, il n'était plus insensé de songer à s'attaquer au problème du tracé des carrosseries.

5. Tracé des courbes par déformation du référentiel.

Le tracé de courbes était la première étape à franchir, car ce sont les courbes dites "de construction" qui servent de guide pour représenter les surfaces ; les gens de métier les nomment ligne de ceinture, ligne de carre, ligne de bas de jupe, etc. ; ce sont des courbes gauches et il faut plusieurs projections pour les définir, en assurant leur compatibilité. Il n'aurait pas été bon de les constituer en mettent bout à bout beaucoup de petits arcs de cercle ou de paraboles parce que toute modification n'aurait pu être que locale alors qu'il fallait, au contraire, conserver l'allure générale de la courbe à corriger et que l'altération soit répartie progressivement sur toute sa longueur ; il était impératif de réduire au minimum le nombre des arcs à juxtaposer ; on a donc inscrit dans un cube une courbe dite "de base", de forme bien adaptée, et l'on a pensé à déformer celui-ci pour en faire un parallélépipède (PPPD), autrement dit on lui a fait subir une transformation linéaire ; pour définir celui-ci, au lieu de donner une origine commune aux trois vecteurs-unités du PPPD, on les a mis bout à bout ; la forme du polygone ainsi constitué évoque vaguement celle que prendra la courbe de base après avoir subi la même transformation.

A première vue, il semble moins logique de déformer tout un référentiel plutôt qu'une seule ligne, mais il faut considérer que l'on a besoin, dans la suite des travaux, de modifier l'ensemble d'un tracé composé de plusieurs arcs de courbes et qu'alors il sera plus simple de le faire d'un seul coup en agissant sur leur espace commun plutôt que sur chacun séparément.

Plus tard, on a pensé aussi qu'au lieu d'effectuer seulement une transformation linéaire, on pourrait imposer au cube une distorsion générale, au pris d'un accroissement de la quantité des calculs qu'entraînerait l'usage simultané de trois paramètres.

6. Choix de la courbe de base. Fonctions f.

J'avais choisi comme courbe de base, c'était une idée de mécanicien, l'intersection de deux quarts de cylindres circulaires (Fig. 1) ; l'ordinateur aurait développé les fonctions harmoniques pour calculer les points courants ; mais les opérations se sont compliquées dés que l'on a voulu utiliser des référentiels ayant plus de trois dimensions ; l'emploi des fonctions algébriques s'est alors naturellement imposé.

En son origine (0,0,0), la courbe de la figure 1 est tangente à Ox et osculatrice au plan xOy; en (1,1,1), sa tangente est parallèle à Oz et son plan osculateur à yOz; si l'on imagine qu'un point la parcourt à vitesse constante, l'on conclut que les vitesses de ses projections sur les trois arêtes a_1 , a_2 et a_3 du pppd sont représentées par les diagrammes de la Fig.2, la solution la plus simple étant constituée par trois fonctions cubiques f_1 , f_2 et f_3 , et la représentation du point courant a la forme $\overline{P}(u) = \sum_{i=0}^3 \overline{a_i} \, f_i(u)$.

Le livre de HERMES *Courbes et Surfaces* contient quelques détails sur les calculs correspondants, d'ailleurs bien élémentaires, ainsi que la forme générale des fonctions f pour toute valeur de i ce qui s'est vite montré nécessaire. Un exemplaire de la thèse soutenue en 1977 a été remis aux archives du CNRS ; peut-être même y en a-t-il un dans la bibliothèque de votre INSA.

Il ne m'avait pas semblé nécessaire de donner un nom aux fonctions f, car j'étais persuadé qu'elles avaient déjà un état-civil ; or j'avais dû, pour des raisons diplomatiques plutôt que scientifiques, adresser quelques notes explicatives à différents personnages de rang élevé de

la Régie afin de les tenir par déférence au courant de mes activités, si peu qu'ils y aient pris intérêt.

7. Parrainage

Les choses prenaient un certain développement, mais les fonctions n'ayant pas à ma connaissance de patronyme officiel, j'ai cru judicieux de leur trouver au moins un parrain, ce qui leur confèrerait une certaine respectabilité ; j'ai donc attribué leur invention à un professeur virtuel à qui j'ai donné pour nom Durand et pour prénom Onésime, afin d'éviter une homonymie susceptible d'engendrer une action contentieuse.

L'honorable Professeur Durand a donc été connu dès 1965 chez Renault ; ses fonctions ont été citées alors au CNAM et dans des congrès aux USA ou en Europe ; vers 1970 sur proposition de Mr Soubrier, de l'ADEPA, le nom d'UNISURF a été adopté pour le procédé ; pas une seconde je n'aurais imaginé que mon patronyme, figurerait un jour dans des textes sérieux, pas plus que je ne songe aujourd'hui à le voir un jour gravé sur le socle d'une statue, pour le moins équestre, érigée sur la place de mon village.

Les Américains m'ont fait le grand honneur, depuis les années 1975, d'employer mon nom dans leurs communications, mais je ne saurais fournir une date plus précise. Comme, en France, cela ne se décerne guère qu'à titre posthume, beaucoup de gens ont des raisons de penser que je suis définitivement décédé. Un peu de patience!

8. Fonctions de Bernstein

Comment est-on passé des fonctions f à celles de Bernstein? Tout simplement, mon camarade Riaux m'a fait observer que les sommets du polygone, selon qu'ils étaient l'origine ou l'extrémité d'un de ses côtés, intervenaient deux fois dans le calcul du point courant ; les différences entre deux fonctions f successives sont les fonctions de Bernstein, dont les propriétés sont bien plus utiles que celles des fonctions f; par exemple, la forme d'une courbe est invariante par rapport aux changements d'origine, c'est à dire aux translations et aux rotations.

A titre anecdotique, je vous signale que Bernstein était un ancien élève de SupElec, où i1 m'a précédé exactement de trente ans, et qu'il a inventé ses fonctions pour établir des courbes d'espérance de vie pour une compagnie d'assurances.

9. Généralisation.

Tout ce que je vous ai écrit jusqu'ici concerne le tracé des courbes mais mon intention était, dès l'origine, d'aller bien au delà, et d'essayer de faire avancer un peu l'ensemble du problème de la conception et de la fabrication de la carrosserie sans laisser subsister la moindre part d'une méthode périmée. Ensuite, passer des courbes aux surfaces n'a été qu'un exercice d'algèbre élémentaire.

Il n'était pas besoin d'avoir beaucoup d'imagination pour penser que les pièces mécaniques seraient justiciables de la même méthode, tout comme les coques de bateaux et les voilures d'avions, mais c'étaient alors là des idées si hétérodoxes qu'il valait mieux ne pas les révéler; j'avais déjà, en d'autres occasions, épouvanté de hauts dirigeants par des initiatives aux principes desquelles ils ne pouvaient guère rien comprendre, et dont la réussite n'avait pas calmé la frousse rétrospective ni absous mon non-conformisme; je suis resté à jamais à leurs yeux l'affreux jojo anar ou le mouton noir, entouré de quelques énergumènes de son espèce.

10. Doctrines

D'autres entreprises ont pensé, de façon plus raisonnable ou plus réaliste, c'est un peu la même chose, que ce serait déjà un grand progrès que de mesurer les coordonnées 3D d'une grosse quantité de points situés sur une maquette, puis de définir ensuite une surface qui les contiendrait ; cela rappelle les courbes de régression, les réseaux de Delaunay, la méthode de Bôse, etc.

Naïvement, j'ai cru au contraire qu'en mettant un moteur sur un char-à-bancs cela ne ferait jamais une automobile, mais qu'il fallait "essuyer le tableau" et repartir de zéro. Pardonnez-moi si j'emploie sans modestie la première personne du singulier, mais je crois que si j'ai apporté quelque chose de valable dans le développement de la CFAO, c'est d'abord ce simple point de vue, dont l'hétérodoxie a convaincu à l'époque tous les gens dits sérieux, et prudents jusqu'à la couardise, que j'avais complètement déraillé de la voie tracée par leurs prédécesseurs. Je passe sur certains jugements qui auraient mérité son attribution si Monsieur Nobel avait prévu de créer, parmi les autres, un Prix de la Stupidité.

11. Equipement prototype.

Dès 1965, les travaux théoriques étaient assez avancés et j'étais certain que la solution était valable mais, pour convaincre les tenants de la tradition, il aurait été indispensable de disposer d'une machine à dessiner de 8m x 2m, d'une machine à fraiser de faible puissance (0,5 kW) pour tailler des blocs de mousse de polystyrène, avec des courses de 1,5m x 1,2m x 0,8m, et des avances de 2 m/min, ce qui semblait irréalisable à l'époque. De plus, pour travailler en mode conversationnel, il serait indispensable de disposer en permanence d'un ordinateur de puissance modeste, ce qui était contraire, en 1960, à la pratique admise ; il faudrait enfin bâtir un logiciel rudimentaire.

Le budget correspondant était évalué à 3MF et la Haute Direction montra les bornes de sa confiance en limitant son montant à 600 kF, à charge pour moi d'aller ailleurs tendre la sébile ; par chance, le projet inspira confiance à la DGRST qui m'accorda 1,5 MF ; le reste fut prêté par un constructeur d'ordinateurs qui prêta 900 kF, car l'idée de multiplier les ordinateurs de petites dimensions lui parut bonne à encourager.

Les problèmes devenant plus complexes, nous sommes passés à des référentiels nonlinéaires qui permettent de tracer une courbe de paramètre w sur une surface définie par deux paramètres u et v, c'est à dire, par exemple, de tracer une échancrure de passage de roue dans une aile déjà déterminée, ou de modifier la totalité d'une caisse sans avoir à corriger séparément les surfaces élémentaires qui la composent.

Vous voyez, cher Monsieur, que tout cela est simple et se ramène à quelques notions banales, sans aller au delà d'un peu de calcul vectoriel et matriciel. Pourquoi, en 1960 des chercheurs de l'industrie aéronautique ne l'ont-ils pas trouvé du premier coup? Je crois qu'ils ont été intoxiqués par l'idée de reproduire un modèle plutôt que de commencer en créant directement une forme et en l'affinant peu à peu ; je suppose que le problème posé par Citroën à Jean de la Boixière (SupElec) et à Paul de Casteljau (Norm Sup), tous deux ingénieurs et mathématiciens, était aussi de traduire numériquement une maquette faite à la main.

Si l'on veut considérer tout cela d'une façon plus générale, on peut dire que vers 1960, beaucoup de mécaniciens étaient encore peu renseignés sur tout ce que l'électricité pouvait leur apporter comme moyen de mesure, de calcul, de servocommande, de distribution de force et de puissance. Quand j'ai fait mes premières armes dans l'industrie mécanique, c'était peu après

1930, son emploi dans les machines-outils se limitait à celui des moteurs asynchrones, des relais magnétiques et des interrupteurs de fin de course pour portes d'ascenseurs ; c'est vers 1935 que l'on m'a laissé, et avec réticence, utiliser l'automatisme séquentiel pour remplacer embrayages, crabotages, encliquetages et vérins hydrauliques.

Le cahier des charges que je m'étais proposé en 1960 avait pour avantage d'être fondé sur une expérience que j'avais acquise en exerçant la plupart des métiers qui jouent un rôle dans la carrosserie : usinage, fonderie, électricité, électronique, tracé, soudure, dessin, ajustage, contrôle ; j'avais aussi conservé et développé quelques connaissances en mathématiques au-delà de ce que l'on enseignait aux élèves des Arts et Métiers en 1930 ;1a curiosité n'est pas toujours un péché capital.

Quand on veut dessiner une machine-outil, ce qui fut mon métier de base, on se forme d'abord une image de ce qu'elle devrait être ; ensuite, la définition finale s'élabore par permutation entre tracés, calculs et essais ; depuis vingt cinq ans, les mécaniciens et les électriciens collaborent dés 1e début de la période de conception ; plus tard, les philosophes, les psychologues et les organisateurs professionnels ont trouvé un nom pour cette pratique : c'est l'ingénierie simultanée.

La théorie des espaces paramétriques est maintenant largement connue et enseignée ; voir l'une des épreuves de math du concours des Grandes Ecoles en 1999. La littérature est abondante ; les idées de base que j'ai essayé d'exprimer sont peut-être moins répandues, mais je crois qu'elles résisteront bien à l'érosion du temps.

Cela m'intéresserait de savoir comment mes réponses ont répondu à votre demande car dans l'exercice de mon métier, qu'il ait été civil ou militaire, j'ai toujours attaché beaucoup d'importance au rôle de la pédagogie. Ne dit-on pas que notre époque est celle de la communication ?

Bien cordialement.

P. Bézier

P.Bézier

Mr le professeur C.Rabut

INSA TOULOUSE

Monsieur et cher collègue,

Puisque vous souhaitez avoir quelques détails supplémentaires à propos de ma participation aux débuts de la CFAO je vais tâcher d'exhumer quelques souvenirs d'un passé déjà presque quadragénaire ; j'y ajouterai quelques anecdotes, sans doute superflues, pour vous donner une idée de l'ambiance dans laquelle baignait la tentative ; si ma mémoire a quelques défaillances ou si elle enjolive le passé, je demande à bénéficier de la prescription.

Ma motivation, je vous l'ai dit, était de faire disparaître ce qu'il y avait de flou dans les pratiques d'une profession sans repères fermes ; le jugement du styliste était sans appel, souvent inconstant et parfois fondé sur un caprice ; pour vous donner un exemple, il nous a une fois demandé que la cambrure d'un capot soit modifiée de trois quarts de millimètre ; or l'emboutissage est une opération dont le résultat dépend des propriétés physiques de la tôle, et celles-ci varient un peu selon qu'elle est tirée du début ou de la fin d'une bobine livrée par l'aciérie après son recuit ; les différences du retrait, dit "spring back" par les franglicisants, peuvent dépasser le millimètre. Je crois que l'on peut avouer aujourd'hui que l'on n'a effectué aucune correction sur le dessin et que le styliste, invité quarante-huit heures plus tard à venir sur place juger du résultat a déclaré que c'était bien mieux et qu'il ne regrettait pas le surcroît de travail que cela avait nécessité. En fait, les deux jours avaient été consacrés à un tournoi de belote entre les dessinateurs. C'est la foi qui sauve.

Gagner quelques millimètres de précision globale est sans importance quant à l'esthétique, mais le prix de revient de l'assemblage s'en ressent ; quand une porte ne s'encastrait pas bien dans son logement, la seule ressource était de la contraindre à l'aide d'une barre à mine, et c'était si fréquemment nécessaire que cette retouche figurait dans le vocabulaire de l'atelier sous la désignation de "bidouillage" et il en était tenu compte dans la gamme établie par le service de chronométrage.

La thèse soutenue en 1977 a été la première publication un peu consistante à propos du procédé mis en oeuvre chez Renault ; en effet, jusqu'en 1975 j'y étais en service et je n'avais guère le temps de regrouper les notes successivement adressées à divers collègues ; j'avais de bonnes raisons de penser que la plupart n'y comprendraient rien ou ne verraient aucun intérêt à cette tentative ; et puis, si par grand hasard il y avait quelque chose à en attendre, il ne serait pas habile d'en faire profiter des concurrents ; d'ailleurs il n'existait pas à cette époque de revue technique francophone prête à accueillir ce genre de littérature. Celle d'HERMES n'a paru qu'après 1980.

Enfin, si j'avais consacré du temps à publier quelque chose, la Direction de la Régie y aurait vu une manifestation d'amateurisme improductif. Paul de Casteljau, de son côté, était tenu au silence en raison du secret fort strict imposé chez CITROEN.

Aux USA, l'industrie aéronautique avait réalisé des systèmes, mais ils étaient, en ces débuts, destinés à réaliser des maquettes de soufflerie ; leur géométrie était fondée sur l'usage de la droite et du cercle, à tel point que si les fuselages et les ailes étaient définies de cette façon, les raccords de von Karman étaient chaudronnés à la main et reproduits ensuite sur des outils de formage.

C'est en 1964, alors que nos études avaient déjà pris forme, que James Ferguson, de chez Boeing, a publié dans le bulletin de l'Association for Computing Machinery une étude sur les courbes paramétriques polynomiales du troisième degré ; un arc étant défini par quatre conditions , P(0), P(1) , dP/du(0) et dP/du(1) ; si l'on assimile l'intervalle (0,1) à l'unité de temps, la dérivée est une vitesse, et si la forme de l'arc n'est pas trop biscornue, la longueur du vecteur qui la représente est voisine de celle de l'arc reliant P(0) à P(1). Il en résulte que l'image d'un carreau qui comporte en chaque coin les vecteurs représentant les deux dérivées partielles et la dérivée mixte est passablement embrouillée. Au contraire, pour les fonctions f1(0) et f3(1), la dérivée est égale à 1/3 et la forme du polygone ressemble un peu à celle de l'arc qu'il engendre et c'est d'autant plus marqué que le degré est élevé. Je dois rendre grâces à la chance qui m'a été favorable en cette occurrence.

Les splines auxquelles vous vous intéressez, ont été crées à l'origine pour faire passer un arc par des points donnés, et l'on connaît plusieurs solutions pour en déduire les vecteurs dérivés en ces points ou pour accepter une approximation. Quant aux NURBS, j'ai beaucoup d'admiration pour ceux qui les ont inventées mais je trouve que leur manipulation est moins instinctive que celle des polygones, et beaucoup de dessinateurs sont du même avis ; au fond, les dérivées résultent d'un choix entre l'automatisme et l'arbitraire. Si j'ai gardé une vieille préférence pour l'usage des polygones, je crains que ce ne soit qu'une manifestation de nostalgie ou, au pire, de sénilité.

Sur un point d'histoire que vous soulevez, je crois que le premier article publié en français à propos des courbes et des carreaux est paru dans la revue AUTOMATISME aux environs de 1973. Par ailleurs, j'ai pris part en 1974, à Detroit, au congrès de la Society of Automotive Engineers ; les textes des communications y sont publiés et remis aux participants plusieurs semaines avant l'ouverture afin qu'ils puissent préparer les questions à poser à la suite de l'exposé oral qui est un résumé. Je n'ai jamais utilisé mon nom pour désigner le système à base de polygones et de réseaux et je ne sais absolument pas à quelle date ni à quelle occasion il a été employé, mais je suppose que c'est aux USA; INTERNET en sait plus que moi vous y trouverez, paraît-il, un bon nombre de références liées à mon patronyme, y compris celle d'un groupe d'amateurs de polygones dont le siège est en Californie ; de quoi rivaliser à l'échelle 1/n, avec Aznavour ou Johnny Hallyday ; quand je donnerai un récital à Bercy ou à l'Olympia, je rassemblerai une foule d'admirateurs délirants et hystériques quand je sortirai, tout modestement, par la porte dérobée après que mon homme d'affaires ait pris soin de prévenir la Presse, la Radio et la Télévision.

En fin de compte, les idées favorables qui m'ont guidé, et dont je n'ai pas l'exclusivité, se résument ainsi :

- 1. Ne pas chercher à recopier un objet (2D ou 3D) ou à perfectionner une méthode existante.
- 2. Choisir une représentation paramétrique polynomiale, ce qui permet de modifier la forme d'une courbe ou d'une collection de surfaces en faisant varier seulement celle de leur référentiel.
- 3. Représenter un référentiel en mettant bout à bout ses vecteurs unité, au lieu de leur donner une origine commune.

Tout cela n'est pas bien compliqué, et je suis surpris que d'autres n'en aient pas eu l'idée depuis longtemps. Sans doute ai-je bénéficié d'une formation dans laquelle la géométrie tenait une plus grande place que dans celle d'aujourd'hui et de conduire mon raisonnement en me représentant des figures plutôt qu'une famille d'équations. Je ne suis pas axiomaticien. Tant pis pour moi ! Quelles sont, par comparaison, les réactions de vos étudiants ?

Sans doute ai-je repris ici des notions que j'avais déjà exprimées dans ma précédente lettre ; elles ont été, pour moi, fondamentales.

Croyez, je vous prie, mon cher collègue, à mes sentiments bien cordiaux.

Pierre Bézier